

Научная статья
УДК 639.3.05
<https://doi.org/10.24143/2073-5529-2025-2-74-82>
EDN CTFNJX

Таксономия задач математического моделирования в аквакультуре

*Евгений Евгеньевич Ивашко,
Елена Николаевна Коновальчикова, Валентина Степановна Ивашко*✉

*Карельский научный центр Российской академии наук,
Петрозаводск, Россия, ivashko@krc.karelia.ru*✉

Аннотация. Современный этап развития мировой аквакультуры характеризуется устойчивой положительной динамикой производственных показателей, наблюдаемой на протяжении последних 30 лет; рыбоводство России демонстрирует аналогичные тенденции роста. Отрасль переживает период технологической трансформации, обусловленной тремя ключевыми факторами: массовым внедрением микросенсорных технологий мониторинга, разработкой специализированного программного обеспечения и интеграцией интернет-решений в производственные процессы. При этом конкурентоспособность рынка аквакультуры неуклонно растет, а объем данных, которыми приходится управлять рыбоводам, стремительно увеличивается. Математическое моделирование приобретает ключевое значение для перехода от эмпирических методов ведения аквакультуры к научно обоснованным производственным процессам. Методология математического моделирования находит применение при решении широкого круга отраслевых задач: от разработки оптимальных стратегий эксплуатации водных биоресурсов до прогнозирования экологических рисков в садковых хозяйствах. При этом многие задачи взаимосвязаны: одни являются частными случаями других, различаются масштабами или используют схожие математические методы. Цель работы заключается в систематизации и классификации задач математического моделирования в аквакультуре. В рамках настоящего исследования проведен комплексный анализ мировых научных публикаций в рецензируемых источниках за последние 50 лет. Описана разработанная таксономия задач, связанных с математическим моделированием, охватывающая биоэкономические, экологические и инженерные модели. Всего в анализ вошло 20 наиболее распространенных задач моделирования – от анализа эффективности выращивания рыбы и экономического анализа деятельности рыбоводного хозяйства до выбора наиболее подходящего рыбоводного участка и оценки прочности садков.

Ключевые слова: аквакультура, математическая модель, математические методы, таксономия

Благодарности: работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект <https://rscf.ru/project/23-21-00048/>.

Для цитирования: Ивашко Е. Е., Коновальчикова Е. Н., Ивашко В. С. Таксономия задач математического моделирования в аквакультуре // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Рыбное хозяйство. 2025. № 2. С. 74–82. <https://doi.org/10.24143/2073-5529-2025-2-74-82>. EDN CTFNJX.

Original article

Taxonomy of mathematical modeling problems in aquaculture

Evgeny E. Ivashko, Elena N. Konovalchikova, Valentina S. Ivashko✉

*Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences,
Petrozavodsk, Russia, ivashko@krc.karelia.ru*✉

Abstract. The current stage of global aquaculture development is characterized by steady positive dynamics of production indicators observed over the past 30 years; Russian fish farming demonstrates similar growth trends. The industry is undergoing a period of technological transformation driven by three key factors: the massive adoption of micro-sensory monitoring technologies, the development of specialized software, and the integration of Internet solutions into production processes. At the same time, the competitiveness of the aquaculture market is steadily growing, and the amount of data that fish farmers have to manage is rapidly increasing. Mathematical modeling is becoming crucial for the transition from empirical methods of aquaculture management to scientifically based production processes. The methodology of mathematical modeling finds application in solving a wide range of industry tasks: from the development of optimal strategies for the exploitation of aquatic biological resources to forecasting environmental risks

in cage farms. At the same time, many tasks are interrelated: some are special cases of others, differ in scale or use similar mathematical methods. The purpose of the work is to systematize and classify mathematical modeling problems in aquaculture. Within the framework of this study, a comprehensive analysis of world scientific publications in peer-reviewed sources over the past 50 years has been carried out. The developed taxonomy of tasks related to mathematical modeling, covering bioeconomical, ecological and engineering models, is described. In total, the analysis included 20 of the most common modeling tasks, ranging from analyzing the efficiency of fish farming and economic analysis of fish farming activities to selecting the most suitable fish farming area and assessing the strength of cages.

Keywords: aquaculture, mathematical model, mathematical methods, taxonomy

Acknowledgment: the work was carried out with the support of the Russian Science Foundation, the project <https://rscf.ru/project/23-21-00048/>.

For citation: Ivashko E. E., Konovalchikova E. N., Ivashko V. S. Taxonomy of mathematical modeling problems in aquaculture. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Fishing industry. 2025;2:74-82.* (In Russ.). <https://doi.org/10.24143/2073-5529-2025-2-74-82>. EDN CTFNJX.

Введение

Мировая аквакультура демонстрирует стабильный рост объемов производства на протяжении последних трех десятилетий [1]. По прогнозам доклада Продовольственной и сельскохозяйственной организации Объединенных Наций (FAO) «Состояние мирового рыболовства и аквакультуры 2022», к 2030 г. основная часть прироста производства продуктов питания из водных биологических ресурсов будет связана с развитием аквакультуры. Цифровые технологии и интеллектуальные системы входят в число приоритетных направлений «голубой трансформации» аквакультуры. Цифровые платформы на базе искусственного интеллекта, использующие автоматические датчики качества воды и биологической безопасности, гидроакустические датчики и другие устройства, помогают снизить кормовой коэффициент, улучшить здоровье водных организмов и уменьшить стресс у рыб в системах выращивания аквакультуры. Рыбоводство находится на пути революционной модернизации благодаря широкому распространению миниатюрных датчиков, внедрению специализированного программного обеспечения и использованию интернета.

Математическое моделирование является ключевым фактором для развития отрасли рыбоводства и перехода от аквакультуры, основанной на опыте, к аквакультуре, основанной на знаниях. Спектр задач, решаемых с помощью математического моделирования, широк – от моделей экономического планирования до инженерных расчетов прочности рыболовных садков. При этом многие решаемые задачи взаимосвязаны: одни являются частным или общим случаем других, действуют на более крупном или более мелком масштабе, используют одинаковые математические методы. В представленной статье выполнен анализ и классификация задач аквакультуры, решаемых с использованием математического моделирования, а также представлена таксономия задач. Обзор выполнен на основе анализа более 150 мировых исследовательских работ, опубликованных с 1974 по 2024 г.

В научной литературе известен ряд исследований, направленных на систематизацию, классификацию и обзор математических моделей аквакультуры. Среди существующих обзоров можно выделить 4 наиболее близких к рассматриваемой теме.

В статье [2] представлен первый аналитический обзор математических экологических моделей и моделей окружающей среды, разработанных для рыболовных хозяйств. Модели уровня рыболовного хозяйства представляют собой сложные математические модели, способные описывать рыболовные операции на уровне всего хозяйства. Они используются для прогнозирования рыболовных показателей, таких как биомасса рыбы, отходы выращивания, объем производства и т. д., а также для количественной оценки входных и выходных значений биомассы рыбы, потребления энергии и расхода корма. В обзоре рассматриваются публикации о моделях с 1985 по январь 2021 г., охватывающие различные виды рыб, системы разведения и экосистемы и разработанные для изучения производственных, экологических и экономических аспектов рыбоводства. Согласно обзору, для моделирования процессов на индивидуальном, групповом и фермерском уровнях доступно множество моделей. Каждая из существующих моделей имеет свои преимущества и недостатки с точки зрения сложности, универсальности и требований к данным. Авторы дают рекомендации по выявлению и анализу неопределенностей математических моделей фермерских хозяйств с помощью методов, используемых в других областях науки.

В работе [3] представлен обзор статей о биоэкономических математических моделях в аквакультуре, опубликованных с 2004 по 2015 г. и охватывающих 3 основные области исследований: управление рыболовным хозяйством, экономическая эффективность, управление рисками. Авторы подчеркивают, что биоэкономические модели являются важнейшим инструментом для повышения качества процессов принятия решений в аквакультуре, поскольку они основаны на математических моделях, описывающих рост рыбы под воздействием биологических, экологических, экономических и технических фак-

торов. В статье обозначены некоторые ограничения в области биоэкономического моделирования. Первое и главное из них – это низкое качество источников информации, поскольку биоэкономические модели аквакультуры чаще всего основаны на экспериментальных данных одного предприятия или небольшого числа предприятий, а также на вторичных источниках (в большинстве случаев – на ранее опубликованных исследованиях, которые невозможно проверить) или на сочетании того и другого. Отсутствие или низкое качество исходных данных значительно ограничивает полезность моделей.

В статье [4] обсуждаются системы мониторинга качества воды и управления кормлением. Авторы рассматривают процесс принятия решений, стратегии кормления и характеристики качества воды, влияющие на рост, качество и выживаемость рыбы. В первой части статьи рассматриваются индивидуальные и популяционные динамические модели роста рыбы. Вес рыбы, температура воды и обеспеченность кормом являются доминирующими факторами индивидуальных функций роста, которые лежат в основе различных более сложных математических моделей. Авторы также рассматривают обобщенные двухэтапные модели роста, основанные на оценке разницы между энергией анаболизма и катаболизма. В этом контексте динамическая модель энергетического баланса учитывает наиболее полный и взаимосвязанный комплекс факторов окружающей среды для прогнозирования роста. Вторая часть статьи посвящена стратегиям кормления и контроля качества воды. Авторы рассматривают модели управления на основе стратегий обучения с подкреплением (reinforcement learning – RL) без использования моделей оптимизации роста, выживаемости рыб или отслеживания желаемой траектории роста биомассы. В рамках такого подхода используется приближительная динамическая модель роста рыб, которая не удовлетворяет заданным ограничениям, однако постоянная обратная связь позволяет вырабатывать все более качественные решения. Авторы обсуждают, как подходы, основанные на моделях, могут помочь в обучении с подкреплением для соблюдения ограничений и поиска более эффективных траекторий роста с помощью обучения с подкреплением.

В статье [5] представлен количественный статистический анализ литературы по биоэкономическому моделированию в аквакультуре за период с 1994 по 2020 г. Цель статьи заключалась в описании текущего состояния биоэкономического моделирования при выращивании тилапии (*tilapia*). Авторы представляют концептуальную схему биоэкономической модели, состоящую из 4 динамических подмоделей (биологической, управленческой, экономической и подмодели рисков) с двумя экзогенными переменными (температура окружающей среды и ры-

ночный спрос – с ценами и предложением). Для выбранных моделей кратко описаны основные формулы и даны ссылки на соответствующие статьи.

Наконец, в статье [6] рассматривается роль дисциплины исследования операций в понимании возобновляемых ресурсов и управлении ими в области рыболовства и аквакультуры. В частности, авторы дают краткий обзор применения методов исследования операций в аквакультуре. Описаны биологические, экономические модели, модели линейного программирования, сравнительной статической и динамической оптимизации, а также стохастические модели.

В отличие от приведенных выше работ, в представленной статье делается акцент на задачах, решаемых с помощью математического моделирования, а также их взаимосвязях.

Математическое моделирование в аквакультуре

Далее на основе анализа мировой научной литературы выделим наиболее распространенные задачи математического моделирования в аквакультуре и построим их таксономию.

Весь список приведенных ниже задач можно разделить на 3 блока: биоэкономические модели, экологические модели и инженерные задачи. Критерием для построения таксономии являются взаимосвязи между решаемыми задачами.

Биоэкономические модели – это математические модели, разработанные для оценки успешности производства рыбы с целью оптимизации производственного процесса и повышения его рентабельности с учетом биологических, экологических и экономических факторов, с моделированием различных сценариев производства и последующим применением различных методик оптимизации.

К биоэкономическим относятся следующие задачи:

1. Анализ эффективности. Выявление, оценка и анализ различных систем рыбоводства с точки зрения их социальной, биотехнической, экологической и экономической эффективности, результативности и конкурентоспособности. В некоторых исследованиях анализируется эффективность производства группы компаний в конкретном регионе. Наиболее характерными представителями являются статьи [7, 8].

2. Выбор участка рыбоводства. Разработка методологии выбора участка для рыбоводства, сочетающей в себе географические информационные системы и динамическое моделирование объемов производства. Методология позволяет определить подходящие для аквакультуры участки в три этапа: 1) анализ нормативных и социальных пространственных ограничений; 2) многокритериальная оценка эффективности производства с учетом внешних факторов (данные о донных отложениях, воде и экологическом состоянии среды) и внутренних факторов (фи-

зических, связанных с ростом и выживаемостью, качеством продукции и чувствительностью к окружающей среде); 3) детальный анализ производства, социально-экономических эффектов и воздействия на окружающую среду с использованием построенной модели рыбоводства [9, 10].

3. Экономическое моделирование. Математические модели, учитывающие рентабельность и экономическую эффективность производства рыбы. Сюда также входят модели, связанные с ценами, циклом спроса, цепочками поставок и другими экономическими вопросами. Статьи в этой категории, как правило, объединяют на более высоком уровне вопросы, связанные с оптимальным кормлением, плотностью посадки и оптимальным выловом (статьи, рассматривающие каждую из этих задач по отдельности, относятся к соответствующим категориям, представленным ниже) [8, 11–13].

4. Планирование производства. Построение оптимальных производственных планов с учетом динамики роста рыбы, рационов кормления и производственных возможностей рыбоводных ферм и/или локаций [11].

5. Оптимальный срок вылова. Частный случай задач планирования производства и задач экономического моделирования. Он связан с планированием вылова рыбы с учетом производственного цикла и экономических факторов [14, 15].

6. Моделирование роста рыбы. Математические модели, описывающие динамику биомассы рыбы с учетом контролируемых факторов управления (таких как кормление) и неконтролируемых факторов окружающей среды (например, температура воды садкового хозяйства) [7, 11–13].

7. Плотность посадки. Модели, оценивающие влияние плотности посадки на поведение рыб, динамику роста и здоровье [16, 17].

8. Оптимизация режима кормления. Задачи, связанные с построением оптимальных рационов кормления с целью максимизации прибыли, скорейшего набора веса или достижения необходимого веса к определенному моменту времени (сюда не входит разработка новых рецептур кормов, которая относится к категории «Эффективность кормления») [18, 19].

9. Построение моделей роста. Разработка моделей роста, зависящих от вида рыб, условий окружающей среды и других параметров. Как правило, модели проверяются с помощью экспериментальных данных о росте конкретного вида рыб на конкретном рыбоводном хозяйстве. В то время как в статьях, отнесенных к категории «Моделирование роста рыбы», авторы используют существующие модели роста рыбы для оценки важности различных факторов, в данную категорию входят статьи, описывающие разработку новых моделей роста, более соответствующих различным факторам [7, 11–13].

10. Эффективность кормления. Оценка эффективности конкретного корма, связанной, как правило, с новыми рецептурами или инновационными компонентами корма. Математические модели включают в себя расчет энергии корма, оценку кормового коэффициента и уровня смертности [12, 20, 21].

Экологические модели – это математические модели, направленные на оценку воздействия на окружающую среду при выращивании рыбы, включая моделирование возникновения загрязнений и их переноса, оценку качества воды и пр. в зависимости от объемов выращивания рыбы и потребления конкретных кормов:

1. Моделирование качества воды. Сложные математические модели, связанные с производством, преобразованием и утилизацией отходов, нитратов и нитритов, фосфора и других химических веществ в комплексе с динамикой температуры воды и содержания растворенного кислорода [11, 22, 23].

2. Влияние температуры воды. Анализируется влияние температуры воды на оптимальное управление рыбоводными хозяйствами, размер рациона и вес рыбы [24, 25].

3. Прогноз содержания растворенного кислорода. Частный случай моделирования качества воды – оценка концентрации растворенного кислорода в воде. Математическая модель включает учет источников кислорода, испарение во время транспортировки и потребление рыбой [23, 26].

4. Моделирование окружающей среды. Разработка крупномасштабных экологических моделей с учетом как размера рыбоводных хозяйств (т. е. объемов производства рыбы), так и их расположения (в эту категорию не входит экотрофное моделирование, поскольку эта область выходит за рамки представленного исследования) [9, 19].

5. Прогнозирование температуры. Частный случай задачи моделирования качества воды – учет динамики температуры и теплового баланса (в случае установок замкнутого водоснабжения и аквапонии). Также включает в себя оценку последствий изменения температуры (увеличение/снижение темпов роста, заболеваемости, смертности) [27, 28].

6. Воздействие на окружающую среду. Частный случай экологического моделирования. Воздействие на окружающую среду изучается на мелко- и среднemasштабных моделях с учетом как размера (т. е. объемов производства рыбы), так и расположения рыбоводных хозяйств в ограниченных зонах. В модель включены перенос и утилизация отходов, а также прямые и косвенные воздействия на окружающую среду [20, 29, 30].

7. Распространение болезней. Математические модели распространения болезней среди рыб с особым вниманием к плотности популяции, местоположению и водным потокам [31].

Инженерные модели – это математические модели, предназначенные для решения инженерных задач, возникающих при выращивании рыбы, таких как оптимизация работы производственного оборудования и моделирование режимов его работы:

1. Анализ местоположения. Различные участки сравниваются с точки зрения выращивания рыбы. Сюда также входят математические модели, используемые для разработки подходов к выбору участка на основе оценки условий окружающей среды, динамическое моделирование объемов производства в масштабах рыбоводного хозяйства, экономические аспекты, социально-экономические результаты и экологические последствия для выбранных участков. В то время как категория «Выбор участка рыбоводства» рассматривает наилучший выбор из нескольких участков, в данную категорию входят статьи, оценивающие потенциал конкретного региона (места) [20, 30].

2. Гидродинамика. Математические модели, описывающие потоки воды в бассейнах установок замкнутого водоснабжения или комплексе садков. Сюда также входят задачи, связанные с экологическим моделированием переноса отходов в водных объектах [24, 32].

3. Прочность садков. Исследования, посвященные численному моделированию и имитации натяжения швартовой системы рыбоводной фермы, делей. Модели используют измеренные значения скорости течения, плотности посадки рыбы. В исследованиях также учитывают снижение скорости течения и характеристики нагрузки, возникающие в системе садков как при чистых, так и при загрязненных делях [33, 34].

Соответствующая иерархическая таксономия задач представлена на рис.



Таксономия задач аквакультуры, изучаемых при помощи математического моделирования

A taxonomy of aquaculture problems studied with help of mathematical modeling

Иерархическая таксономия позволяет переходить от задач менее крупного масштаба к более крупным следующим образом. Построение модели роста – это одна из наиболее встречающихся тем исследований. При выращивании рыбы важно понимать и прогнозировать рост в зависимости от условий окружающей среды в садке, бассейне или пруду. Для этого необходимо построить соответствующую модель индивидуального роста рыбы.

Исследователи также изучают модели теплового баланса, температуры, содержания кислорода, pH, нитратов и нитритов и т. д., их роль в показателях выращивания. Существуют также комплексные подходы в попытке построить точную модель роста рыбы, охватывающие взаимосвязи со всеми параметрами качества воды. Оценка параметров качества воды также используется для изучения экологического воздействия рыбоводства в мас-

штабах участка или региона. Управляемыми параметрами роста рыбы являются рацион кормления, график вылова рыбы, плотность посадки и т. д. На более высоком уровне моделирования в аквакультуре решаются задачи производственного планирования, где ключевой целью является оптимизация выращивания с точки зрения быстрого роста или экономической эффективности рыбоводной фермы. Для этого требуется учет экономических факторов, таких как цены, цикл спроса и цепочки создания стоимости. Начиная с индивидуальных моделей роста и оценки параметров качества воды и заканчивая моделями экономической эффективности высокого уровня с учетом экологических факторов, можно разработать цифровой двойник устойчивой и эффективной рыбоводной фермы с оптимальными производственными процессами или региональную стратегию устойчивого и экологичного развития.

Представленные три типа задач аквакультуры включают большинство математических моделей, описанных в научной литературе по данной тематике за рассматриваемый период. В то же время в некоторых статьях границы между моделями размыты или затрагиваются два и более типов задач из приведенного выше списка. Такая ситуация особенно характерна для инженерных задач и задач экологического моделирования, которые могут быть слабо связаны непосредственно с областью аквакультуры.

Среди работ, изучающих распространенные и четко сформулированные задачи аквакультуры, есть также исследования, направленные на разработку простых математических моделей, характеризующих плохо формализованные проблемы. Одним из примеров является статья [35]: авторы представляют модель MyFishCheck, предназначенную для оценки «благополучия рыб» на основе ряда наблюдаемых субъективных характеристик рыб. В работе

представлена простая модель, позволяющая выявить взаимосвязи между характеристиками и получить интуитивно понятные оценки «благополучия», а результаты проверяются на реальных данных с помощью статистических методов.

Заключение

Математическое моделирование является ключевым фактором для развития отрасли рыбоводства и перехода от аквакультуры, основанной на опыте, к аквакультуре, основанной на знаниях. Математическое моделирование является основой для решения разнообразных задач – от индивидуальных моделей роста рыбы до инженерных расчетов оборудования, при этом многие решаемые задачи взаимосвязаны – одни являются частным или общим случаем других, действуют на более крупном или более мелком масштабе. Цель представленной работы заключается в систематизации и классификации задач математического моделирования в аквакультуре. Всего в ходе исследования было проанализировано более 150 мировых исследовательских работ, опубликованных в рецензируемых изданиях за период с 1974 по 2024 г.

Один из результатов работы – это выделение 20 наиболее распространенных и востребованных задач математического моделирования в аквакультуре, которые можно отнести к трем классам: биоэкономические, экологические и инженерные модели.

Другой результат – это разработанная таксономия, описывающая иерархию задач от менее крупного масштаба до более крупного.

Результаты исследований могут использоваться при анализе современного состояния исследований по определенному типу задач, а также при построении новых – в том числе комплексных – математических моделей, разработанных для оптимизации производственных процессов в аквакультуре.

Список источников

1. The state of world fisheries and aquaculture 2022 (SOFIA). Rome, Italy: Food & Agriculture Organization of the United Nations (FAO), 2022. 266 p.
2. Chary K., Brigolin D., Callier M. D. Farm-scale models in fish aquaculture – An overview of methods and applications // *Reviews in Aquaculture*. 2022. V. 14 (4). P. 2122–2157. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/raq.12695>.
3. Llorente I., Luna L. Bioeconomic modelling in aquaculture: an overview of the literature // *Aquaculture International*. 2016. V. 24 (4). P. 931–948. <http://link.springer.com/10.1007/s10499-015-9962-z>.
4. Aljehani F., N'Doye I., Laleg-Kirati T. M. Feeding control and water quality monitoring in aquaculture systems: opportunities and challenges // *arXiv*. 2023. URL: <https://arxiv.org/abs/2306.09920> (дата обращения: 04.06.2024).
5. Dorantes-de-la-O J. C. R., Maeda-Martínez A. N., Espinosa-Chaurand L. D., Garza-Torres R. Bioeconomic modelling in tilapia aquaculture: A review // *Reviews in Aquaculture*. 2023. URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/raq.12817> (дата обращения: 04.06.2024).
6. Bjørndal T., Lane D. E., Weintraub A. Operational research models and the management of fisheries and aquaculture: A review // *European Journal of Operational Research*. 2004. V. 156 (3). P. 533–540. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221703001073>.
7. Vassallo P., Beiso I., Bastianoni S., Fabiano M. Dynamic energy evaluation of a fish farm rearing process // *Journal of Environmental Management*. 2009. V. 90 (8). P. 2699–2708. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jenvman.2009.02.013>.
8. Nobre A. M., Musango J. K., Wit M. P., Ferreira J. G. A dynamic ecological-economic modeling approach for aquaculture management // *Ecological Economics*. 2009. V. 68 (12). P. 3007–3017. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921800909002651>.
9. Cacho O. J. Systems modelling and bioeconomic modelling in aquaculture // *Aquaculture Economics & Management*. 1997. V. 1 (1-2). P. 45–64.
10. Abedi A., Zhu W. An optimisation model for purchase, production and distribution in fish supply chain – a case study // *International Journal of Production Research*. 2017.

- V. 55 (12). P. 3451–3464. <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00207543.2016.1242800>.
11. Huda Gazi N., Rahaman Khan S., Gopal Chakrabarti C. Integration of mussel in fish farm: Mathematical model and analysis // *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*. 2009. V. 3 (1). P. 74–86. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1570X0800071X>.
12. Hua K., Bureau D. P. Quantification of differences in digestibility of phosphorus among cyprinids, cichlids, and salmonids through a mathematical modelling approach // *Aquaculture*. 2010. V. 308 (3-4). P. 152–158. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0044848610004813>.
13. Flinn S. A., Midway S. R. Trends in growth modeling in fisheries science // *Fishes*. 2021. V. 6 (1). P. 1.
14. Forsberg O. I. Optimal stocking and harvesting of size-structured farmed fish: A multiperiod linear programming approach // *Mathematics and computers in simulation*. 1996. V. 42 (2-3). P. 299–305.
15. Pascoe S., Wattage P., Naik D. Optimal harvesting strategies: Practice versus theory // *Aquaculture Economics & Management*. 2002. V. 6 (5-6). P. 295–308. <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/13657300209380320>.
16. Suresh A. V., Lin C. K. Effect of stocking density on water quality and production of red tilapia in a recirculated water system // *Aquacultural Engineering*. 1992. V. 11 (1). P. 1–22. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S014486099290017R>.
17. Villanueva R. R., Araneda M. E., Vela M., Seijo J. C. Selecting stocking density in different climatic seasons: A decision theory approach to intensive aquaculture // *Aquaculture*. 2013. V. 384–387. P. 25–34.
18. Sun M., Hassan S. G., Li D. Models for estimating feed intake in aquaculture: A review // *Computers and Electronics in Agriculture*. 2016. V. 127. P. 425–438.
19. Bueno G. W., Bureau D., Skipper-Horton J. O., Roubach R., Mattos F. T., Bernal F. Mathematical modeling for the management of the carrying capacity of aquaculture enterprises in lakes and reservoirs // *Pesquisa Agropecuária Brasileira*. 2017. V. 52 (9). P. 695–706.
20. Francisco H. R., Corrêa A. F., Feiden A. Classification of Areas Suitable for Fish Farming Using Geotechnology and Multi-Criteria Analysis // *ISPRS international journal of geo-information*. 2019. V. 8 (9). P. 394.
21. Hartnett M., Cawley A. Mathematical modelling of the effects of marine aquaculture developments on certain water quality parameters // *Water Pollution: Modelling, Measuring and Prediction* Springer. 1991. P. 279–295.
22. Zambrano A. F., Giraldo L. F., Quimbayo J., Medina B., Castillo E. Machine learning for manually-measured water quality prediction in fish farming // *Plos One*. 2021. V. 16 (8). e0256380.
23. Cheng X., Xie Y., Zhu D., Xie J. Modeling re-oxygenation performance of fine-bubble-diffusing aeration system in aquaculture ponds // *Aquaculture International*. 2019. V. 27 (5). P. 1353–1368. <http://link.springer.com/10.1007/s10499-019-00390-6>.
24. Li S., Willits D. H., Browdy C. L., Timmons M. B., Losordo T. M. Thermal modeling of greenhouse aquaculture race-way systems // *Aquacultural Engineering*. 2009. V. 41 (1). P. 1–13.
25. Varga M., Berzi-Nagy L., Csukas B., Gyalog G. Long-term dynamic simulation of environmental impacts on ecosystem-based pond aquaculture // *Environmental Modelling & Software*. 2020. P. 104755. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1364815220302085>.
26. Rombough P. J. Mathematical model for predicting the dissolved oxygen requirements of steelhead (*Salmo gairdneri*) embryos and alevins in hatchery incubators // *Aquaculture*. 1986. V. 59 (2). P. 119–137.
27. Klemetson S. L., Rogers G. L. Aquaculture pond temperature modeling // *Aquacultural Engineering*. 1985. V. 4 (3). P. 191–208. <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0144860985900135>.
28. Atia D. M., Fahmy F. H., Ahmed N. M., Dorrah H. T. Optimal sizing of a solar water heating system based on a genetic algorithm for an aquaculture system // *Mathematical and computer modelling*. 2012. V. 55 (3-4). P. 1436–1449. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0895717711006145>.
29. Nordvarg L. Predictive models and eutrophication effects of fish farms. PhD thesis. Acta Universitatis Upsalensis, 2001. P. 19–24.
30. Silva C., Ferreira J. G., Bricker S. B., DelValls T. A., Martín-Díaz M. L., Yáñez E. Site selection for shellfish aquaculture by means of GIS and farm-scale models, with an emphasis on data-poor environments // *Aquaculture*. 2011. V. 318 (3-4). P. 444–457. <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0044848611004388>.
31. Green D. M. A strategic model for epidemic control in aquaculture // *Preventive Veterinary Medicine*. 2010. V. 94 (1-2). P. 119–127. <http://dx.doi.org/10.1016/j.prevetmed.2009.12.004>.
32. Liu Y., Liu B., Lei J., Guan C., Huang B. Numerical simulation of the hydrodynamics within octagonal tanks in recirculating aquaculture systems // *Chinese Journal of Oceanology and Limnology*. 2017. V. 35 (4). P. 912–920. <http://link.springer.com/10.1007/s00343-017-6051-3>.
33. Fredriksson D. W., DeCew J. C., Tsukrov I., Swift M. R., Irish J. D. Development of large fish farm numerical modeling techniques with in situ mooring tension comparisons // *Aquacultural Engineering*. 2007. V. 36 (2). P. 137–148. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0144860906000914>.
34. Endresen P. C., Birkevold J., Fore M., Fredheim A., Kristiansen D., Lader P. Simulation and Validation of a Numerical Model of a Full Aquaculture Net-Cage System // *33rd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*. V. 7: Ocean Space Utilization; Professor Emeritus J. Randolph Paulling Honoring Symposium on Ocean Technology ASME; 2014. P. V007T05A006.
35. Tschirren L., Bachmann D., Güler A. C., Blaser O., Rhyner N., Seitz A., Zbinden E., Wahli T., Segner H., Refardt D. MyFishCheck: A Model to Assess Fish Welfare in Aquaculture // *Animals (Basel)*. 2021. V. 11 (1). P. 145. DOI: 10.3390/ani11010145.

References

1. *The state of world fisheries and aquaculture 2022 (SOFIA)*. Rome, Italy, Food & Agriculture Organization of the United Nations (FAO), 2022. 266 p.
2. Chary K., Brigolin D., Callier M. D. Farm-scale models in fish aquaculture – An overview of methods and applications. *Reviews in Aquaculture*, 2022, vol. 14 (4), pp. 2122–2157. <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/raq.12695>.
3. Llorente I., Luna L. Bioeconomic modelling in aquaculture: an overview of the literature. *Aquaculture International*, 2016, vol. 24 (4), pp. 931–948. <http://link.springer.com/10.1007/s10499-015-9962-z>.
4. Aljehani F., N'Doye I., Laleg-Kirati T. M. Feeding control and water quality monitoring in aquaculture systems:

opportunities and challenges. *arXiv*, 2023. Available at: <https://arxiv.org/abs/2306.09920> (accessed: 04.06.2024).

5. Dorantes-de-la-O J. C. R., Maeda-Martínez A. N., Espinosa-Chaurand L. D., Garza-Torres R. Bioeconomic modelling in tilapia aquaculture: A review. *Reviews in Aquaculture*, 2023. Available at: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/raq.12817> (accessed: 04.06.2024).

6. Bjørndal T., Lane D. E., Weintraub A. Operational research models and the management of fisheries and aquaculture: A review. *European Journal of Operational Research*, 2004, vol. 156 (3), pp. 533-540. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0377221703001073>.

7. Vassallo P., Beiso I., Bastianoni S., Fabiano M. Dynamic emergy evaluation of a fish farm rearing process. *Journal of Environmental Management*, 2009, vol. 90 (8), pp. 2699-2708. <http://dx.doi.org/10.1016/j.jenvman.2009.02.013>.

8. Nobre A. M., Musango J. K., Wit M. P., Ferreira J. G. A dynamic ecological-economic modeling approach for aquaculture management. *Ecological Economics*, 2009, vol. 68 (12), pp. 3007-3017. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0921800909002651>.

9. Cacho O. J. Systems modelling and bioeconomic modelling in aquaculture. *Aquaculture Economics & Management*, 1997, vol. 1 (1-2), pp. 45-64.

10. Abedi A., Zhu W. An optimisation model for purchase, production and distribution in fish supply chain – a case study. *International Journal of Production Research*, 2017, vol. 55 (12), pp. 3451-3464. <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00207543.2016.1242800>.

11. Huda Gazi N., Rahaman Khan S., Gopal Chakrabarti C. Integration of mussel in fish farm: Mathematical model and analysis. *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, 2009, vol. 3 (1), pp. 74-86. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1751570X0800071X>.

12. Hua K., Bureau D. P. Quantification of differences in digestibility of phosphorus among cyprinids, cichlids, and salmonids through a mathematical modelling approach. *Aquaculture*, 2010, vol. 308 (3-4), pp. 152-158. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0044848610004813>.

13. Flinn S. A., Midway S. R. Trends in growth modeling in fisheries science. *Fishes*, 2021, vol. 6 (1), p. 1.

14. Forsberg O. I. Optimal stocking and harvesting of size-structured farmed fish: A multiperiod linear programming approach. *Mathematics and computers in simulation*, 1996, vol. 42 (2-3), pp. 299-305.

15. Pascoe S., Wattage P., Naik D. Optimal harvesting strategies: Practice versus theory. *Aquaculture Economics & Management*, 2002, vol. 6 (5-6), pp. 295-308. <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/13657300209380320>.

16. Suresh A. V., Lin C. K. Effect of stocking density on water quality and production of red tilapia in a recirculated water system. *Aquacultural Engineering*, 1992, vol. 11 (1), pp. 1-22. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S014486099290017R>.

17. Villanueva R. R., Araneda M. E., Vela M., Seijo J. C. Selecting stocking density in different climatic seasons: A decision theory approach to intensive aquaculture. *Aquaculture*, 2013, vol. 384-387, pp. 25-34.

18. Sun M., Hassan S. G., Li D. Models for estimating feed intake in aquaculture: A review. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2016, vol. 127, pp. 425-438.

19. Bueno G. W., Bureau D., Skipper-Horton J. O., Roubach R., Mattos F. T., Bernal F. Mathematical modeling for the management of the carrying capacity of aquaculture enterprises in lakes and reservoirs. *Pesquisa Agropecuária Brasileira*, 2017, vol. 52 (9), pp. 695-706.

20. Francisco H. R., Corrêa A. F., Feiden A. Classification of Areas Suitable for Fish Farming Using Geotechnology and Multi-Criteria Analysis. *ISPRS international journal of geo-information*, 2019, vol. 8 (9), p. 394.

21. Hartnett M., Cawley A. Mathematical modelling of the effects of marine aquaculture developments on certain water quality parameters. *Water Pollution: Modelling, Measuring and Prediction Springer*, 1991, pp. 279-295.

22. Zambrano A. F., Giraldo L. F., Quimbayo J., Medina B., Castillo E. Machine learning for manually-measured water quality prediction in fish farming. *Plos One*, 2021, vol. 16 (8), e0256380.

23. Cheng X., Xie Y., Zhu D., Xie J. Modeling re-oxygenation performance of fine-bubble-diffusing aeration system in aquaculture ponds. *Aquaculture International*, 2019, vol. 27 (5), pp. 1353-1368. <http://link.springer.com/10.1007/s10499-019-00390-6>.

24. Li S., Willits D. H., Browdy C. L., Timmons M. B., Losordo T. M. Thermal modeling of greenhouse aquaculture race-way systems. *Aquacultural Engineering*, 2009, vol. 41 (1), pp. 1-13.

25. Varga M., Berzi-Nagy L., Csukas B., Gyalog G. Long-term dynamic simulation of environmental impacts on ecosystem-based pond aquaculture. *Environmental Modelling & Software*, 2020, p. 104755. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1364815220302085>.

26. Rombough P. J. Mathematical model for predicting the dissolved oxygen requirements of steelhead (*Salmo gairdneri*) embryos and alevins in hatchery incubators. *Aquaculture*, 1986, vol. 59 (2), pp. 119-137.

27. Klemetson S. L., Rogers G. L. Aquaculture pond temperature modeling. *Aquacultural Engineering*, 1985, vol. 4 (3), pp. 191-208. <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0144860985900135>.

28. Atia D. M., Fahmy F. H., Ahmed N. M., Dorrah H. T. Optimal sizing of a solar water heating system based on a genetic algorithm for an aquaculture system. *Mathematical and computer modelling*, 2012, vol. 55 (3-4), pp. 1436-1449. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0895717711006145>.

29. Nordvang L. *Predictive models and eutrophication effects of fish farms. PhD thesis*. Acta Universitatis Upsalensis, 2001. Pp. 19-24.

30. Silva C., Ferreira J. G., Bricker S. B., DelValls T. A., Martín-Díaz M. L., Yáñez E. Site selection for shellfish aquaculture by means of GIS and farm-scale models, with an emphasis on data-poor environments. *Aquaculture*, 2011, vol. 318 (3-4), pp. 444-457. <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0044848611004388>.

31. Green D. M. A strategic model for epidemic control in aquaculture. *Preventive Veterinary Medicine*, 2010, vol. 94 (1-2), pp. 119-127. <http://dx.doi.org/10.1016/j.prevetmed.2009.12.004>.

32. Liu Y., Liu B., Lei J., Guan C., Huang B. Numerical simulation of the hydrodynamics within octagonal tanks in recirculating aquaculture systems. *Chinese Journal of Oceanology and Limnology*, 2017, vol. 35 (4), pp. 912-920. <http://link.springer.com/10.1007/s00343-017-6051-3>.

33. Fredriksson D. W., DeCew J. C., Tsukrov I., Swift M. R., Irish J. D. Development of large fish farm numerical modeling techniques with in situ mooring tension comparisons. *Aquacultural Engineering*, 2007, vol. 36 (2), pp. 137-148. <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0144860906000914>.

34. Endresen P. C., Birkevold J., Fore M., Fredheim A., Kristiansen D., Lader P. Simulation and Validation of a Numerical Model of a Full Aquaculture Net-Cage System. *33rd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering Volume 7: Ocean Space Utilization; Professor*

Emeritus J. Randolph Paulling Honoring Symposium on Ocean Technology ASME; 2014. P. V007T05A006.

35. Tschirren L., Bachmann D., Güler A. C., Blaser O., Rhyner N., Seitz A., Zbinden E., Wahli T., Segner H., Re-

hardt D.. MyFishCheck: A Model to Assess Fish Welfare in Aquaculture. *Animals (Basel)*. 2021. Vol. 11 (1). P. 145. DOI: 10.3390/ani11010145.

Статья поступила в редакцию 27.11.2024; одобрена после рецензирования 10.02.2025; принята к публикации 05.06.2025
The article was submitted 27.11.2024; approved after reviewing 10.02.2025; accepted for publication 05.06.2025

Информация об авторах / Information about the authors

Евгений Евгеньевич Ивашко – кандидат физико-математических наук; старший научный сотрудник лаборатории цифровых технологий регионального развития; Карельский научный центр Российской академии наук; ivashko@krc.karelia.ru

Елена Николаевна Коновальчикова – кандидат физико-математических наук; научный сотрудник лаборатории цифровых технологий регионального развития; Карельский научный центр Российской академии наук; konovalchikova_en@mail.ru

Валентина Степановна Ивашко – младший научный сотрудник лаборатории цифровых технологий регионального развития; Карельский научный центр Российской академии наук; ivashko@krc.karelia.ru

Evgeny E. Ivashko – Candidate of Physico-Mathematical Sciences; Senior Researcher of the Laboratory of Digital Technologies in Regional Development; Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences; ivashko@krc.karelia.ru

Elena N. Konovalchikova – Candidate of Physico-Mathematical Sciences; Researcher of the Laboratory of Digital Technologies in Regional Development; Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences; konovalchikova_en@mail.ru

Valentina S. Ivashko – Junior Researcher of the Laboratory of Digital Technologies in Regional Development; Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences; ivashko@krc.karelia.ru

